ANALISA RAMALAN INPUT-OUTPUT DALAM EKONOMI DENGAN MENGGUNAKAN ALJABAR LINIER

Karya Ilmiah

Oleh :

Drs. KHAIRUL SALEH
NIP: 131 675 581

FAKULTAS PERTANIAN
UNIVERSITAS MEDAN AREA

2002

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas rahmat dan kurniaNya sehingga penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah ini.

Karya ilmiah ini disusun sebagai salah satu tugas Tri Darma Perguruan Tinggi dan juga sebagai pengembangan Ilmu - Pengetahuan khususnya pada Bidang Matematika.

Penulis menyadari bahwa karya ilmiah ini baik isi maupun cara penulisan maupun penyajiannya masih kurang dari sempurna oleh sebab itu penulis sangat mengharapkan kritikan dan saran dari para pembaca yang sifatnya membangun demi untuk kesempurnaan tulisan ini.

Akhirnya semoga tulisan ini dapat bermanfaat bagi para pembaca dan bagi yang memerlukannya. Semoga Allah SWT selalu menyertai kita semua, Amin.

Medan, Agustus 2002

Penulis,

<u>Drs. Khairul Saleh</u>

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

I.1. Latar Belakang.

Salah satu aplikasi aljabar linier dalam ilmu ekonomi adalah analisis input-outpu (masukan-keluaran). Analisis input-output ini pertama kali diperkenalkan oleh Profesor-Leontief pada tahun 1936 dari Harvard University.

Model ini memisalkan bahwa ekonomi terdiri atas sejumlah industri yang saling berkaitan, masing-masing digambarkan sebagai hanya memproduksi satu barang saja dan hanya - menggunakan satu proses produksi. Misalnya suatu pabrik baja dan pertanian dapat dipandang sebagai industri. Untuk - memproduksi barangnya setiap produksi harus membeli barang-barang dari industri-industri lain, misalnya industri mobil membeli membeli baja dari industri baja dan industri ban mobil membeli bahan dari industri karet. Kemudian untuk menjual barangnya kepada industri-industri lain maka suatu industri tertentu pada umumnya akan terpanggil untuk memenuhi permintaan luar dari pemakai, pemerintah atau pedagang lain.

Misalkan ada n industri yang berbeda-beda, misalkan pula bahwa dalam satu tahun setiap industri memproduksi cukup untuk memenuhi permintaan luar dan permintaan dari industri industri lain akan barangnya. Misalkan x_i adalah banyaknya barang i yang diproduksi oleh industri i dalam tahun itu. Misalkan bahwa dalam tahun itu industri j akan memerlukan - y_{ij} buah dari barang i dan permintaan luar untuk i adalah maka jika industri i memproduksi cukup untuk memenuhi permintaan, diperoleh :

$$x_i = y_{i1} + \ldots\ldots + y_{in} + b_i$$

Persamaan ini memberi kemungkinan bahwa industri i boleh - memperguneken sebagian dari barangnya sendiri. Sehingga diperoleh suatu persamaan keseimbangan untuk setiap industri industri i.

Jika industri j akan memproduksi x_j buah barang j maka harus diketahui berapa buah barang i yang diperlukan. Jelasnya jawabannya tergantung pada teknologi industri. Disini Leontief membuat suatu perumpamaan yang penting bahwa banyaknya barang i ysng diperlukan untuk menghasilkan barang j adalah berbanding lurus terhadap banyaknya barang j yang dihasilkan ialah :

$$y_{ij} = a_{ij} x_j$$

dimana a_{ij} adalah konstanta perbandingan tergantung pada - teknologi dari industri j. Sebagai tujuan akhir adalah bagaimana caranya menentukan agar setiap n sektor dalam prosedur ekonomi tetap memproduksi sejumlah jenis barang un - tuk dapat memenuhi permintaan dari sektor-sektor lain dan sisanya untuk keperluan masyarakat (permintaan akhir).

I.2. Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas adalah bagaimana menentukan harga yang pantas untuk output sehingga jumlah seluruh pengeluaran suatu produksi akan menyamai jumlah seluruh penghasilannya agar supaya sistem berada dalam keseimbangan.

I.3. Metodologi.

Metodologi yang dipergunakan dalam penulisan ini adalah secara deskripsi dengan kerangka pemikiran sebagai berikut :

- Memberi penjelasan tentang pengertian Model input-output Tertutup Leontief.
- Memberikan penjelasan tentang Teorema-teorema model input-output Leontief.
- Memberikan penjelasan tentang Model terbuka Leontief
- Memberikan penjelasan tentang bentuk tabel input-output.
- Memberikan penjelasan tentang Tabel 1-0 dan koefisien input.
- Membahas Analisa ramalan input-output dan ramalan tentang harga dalam ekonomi.

I.4. Tujuan.

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk menerapkan Aljabar linier dalam model ekonomi leontief untuk memperoleh struktur harga ekuilbrium yang perlu untuk permintaan.

I.5. Manfaat.

Manfaat penulisan ini adalah :

- Untuk mengetahui penerapan aljabar linier secara nyata dalam kehidupan sehari-hari.
- Untuk mengalisis sistem input-output dalam menentukan pro

duksi yang tepat untuk jenis suatu barang sesusi dengan - permintaan dari sektor-sektor yang membutuhkannya.

BAB II

PEMBAHASAN PUSTAKA

Untuk menyelesaikan persoalan input-output ini dilakukan metode sebagai berikut :

Misalkan keluaran sektor i sebanyak x_i digunakan untuk n - sektordan sisanya c_i,a_{ij} adalah koefisien masukan sektor ke i dan keluaran sektor ke-j dimana i = 1,2,....,n dan j = 1,2, ...,n. Jumlah keluaran sektor ke-i dinyatakan dengan persamaan :

$$x_i = a_{i1} + a_{i2} + ... + a_{in}x_n + c_i$$

atau

$$x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n + c_1$$

$$x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n + c_2$$

$$\begin{array}{c} . \\ . \\ . \\ . \end{array}$$

$$x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ...+ a_{nn}x_n + c_n$$

Persamaan ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ . \\ . \\ . \\ c_n \end{bmatrix}$$

atau

$$X = AX + C$$

dimana

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{bmatrix} \text{ dan } C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ . \\ . \\ . \\ c_n \end{bmatrix}$$

X dapat dicari dengan cara berikut :

$$X = AX + C$$

$$X - AX = C$$

atau

$$(I - A)X = C$$

Dalam hal ini I = matriks satuan yang berdimensi nxn, I-A adalah juga matriks berdimensi nxn dan C disebut matriks permintaan akhir. Jika matriks I - A bukan matriks singular maka :

$$X = (I - A)^{-1}C$$

Dengan demikian dapatlah ditentukan jumlah keluaran setiap sektor yaitu :

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ X_2 \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$

Sebuah matriks n x n dari matriks $A = (a_{ij})$ disebut matriks pertukaran jika memenuhi kedua sifat berikut :

a. $e_{ij} \geqslant 0$ $\quad$ $i,j = 1,2,3,\ldots.n$

b. $e_{1j} + e_{2j} + \ldots + e_{nj} = 1$, untuk $j = 1,2,\ldots,n$

Jika E adalah sebuah matriks pertukaran maka $E_p = p$ selalu mempunyai sebuah pemecahan p yang tidak trivial yang entri-entrinya tidak negatif. Untuk menentukan jumlah keluaran suatu sektor produksi dapat digunakan rumus :

$$X = (I - A)^{-1}C$$

Dimana :

X adalah jumlah keluaran

I adalah matriks satuan berdimensi n x n

(I - A) juga adalah matriks berdimensi n x n yang disebut matriks teknologi

Matriks A disebut matriks koefisien berdimensi n x n .

C disebut matriks permintaan terakhir

Untuk menentukan harga suatu produksi maka harus diperhatikan harga pembuatan dari produksi tersebut. Andaikan koefisien teknologi a_{ij} dapat dipandang sebagai jumlah unit dari produksi i yang diperlukan untuk memproduksi satu unit produksi j. Misalkan P_j sebagai harga dari satu unit j maka biaya bahan yang diperlukan untuk mengadakan satu unit j adalah :

$$a_{ij} + \ldots\ldots + a_{nj}\, Pn$$

Beda antara satu unit j dan ongkos bahan yang diperlukan - untuk memproduksi satu unit tersebut dinamakan nilai tambahan industri j dan dinyatakan oleh r_j.

$$Pj - \sum_{i=1}^{r} a_{ij} P_i = r_j \quad \text{dimana } j = 1,2,3,\ldots,n$$

Nilai tambahan ini dapat mencakup tenaga kerja, keuntungan dan lain sebagainya

II.1. Model Input-Output Tertutup Leontief.

Sifat yang menonjol dari model input-output tertutup leontief adalah bahwa seluruhnya barang yang diproduksi suatu produksi didistribusikan kepada industri itu sendiri. Yang menjadi masalah adalah menentukan harga yang pantas untuk keluaran-keluaran ini agar sistem tersebut berada keseimbangan yaitu supaya jumlah seluruh pengeluaran suatu produksi akan menyamai jumlah seluruh penghasilannya.

Dalam model ini ada sebuah sistem ekonomi yang terdiri dari sejumlah berhingga industri yang diberi nomor sebagai industri 1,2,3,....,n. Selama suatu priode waktu yang tetap- setiap industri menghasilkan sebuah yang berupa barang atau pelayanan yang secara keseluruhan dimanfaatkan oleh n industri itu dengan cara yang sudah ditentukan sebelumnya. Sebuah masalah yang penting adalah untuk mencari harga yang pantas yang akan dibayarkan untuk n keluaran ini sehingga jumlah seluruh pengeluaran setiap industri akan menyamai jumlah seluruh penghasilannya. Struktur harga seperti ini merupakan sebuah posisi keseimbangan untuk perekonomian tersebut untuk periode waktu yang tetap yang dipermasalahkan, maka ditetapkan beberapa hal sebagai berikut :

p_i = harga yang dibayarkan oleh industri ke-i untuk jumlah seluruh keluarannya.

e_{ij}= bagian dari jumlah seluruh keluaran industri ke-j yang dibeli oleh industri ke-i.

Defenisi 2.1.1.

Sebuah matriks n x n dari matriks $E = (e_{ij})$ disebut - matriks pertukaran jika memenuhi sifat berikut ini :

i). $p_i \geqslant 0$ $\quad i = 1,2,3,\ldots,n$

ii). $e_{ij} \geqslant 0$ $\quad i,j = 1,2,3,\ldots,n$

iii). $e_{1j} + e_{2j} + \ldots + E_{nj} = 1$ $\quad j = 1,2,3,\ldots,n$

Dengan kuantitas-kuantitas ini akan dibentuk vektor harga

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ . \\ . \\ p_n \end{bmatrix}$$

dan matriks pertukaran atau matriks input-output yaitu :

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \ldots\ldots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \ldots\ldots & e_{2n} \\ . & & & \\ . & & & \\ e_{n1} & e_{n2} & \ldots\ldots & e_{nn} \end{bmatrix}$$

Syarat iii) di atas menggambarkan kenyataan bahwa semua jumlah kolom pertukaran itu adalah 1. Supaya pengeluaran dari setiap industri sama dengan penghasilannya maka - persamaan matriks yang berikut harus dipenuhi yaitu :

$$E_p = P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

atau

$$(I - E)p = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Persamaan 2) adalah sebuah sistem linier homogen untuk vektor harga p. Persamaan itu akan mempunyai sebuah pemecahan yang non-trivial jika dan hanya jika determinan dari matrik koefisien (I - E) sama dengan nol. Jadi persamaan 2) selalu mempunyai pemecahan yang non-trivial untuk vektor harga p.

Agar supaya model ekonomi ini masuk akal maka diperlukan lebih dari sekedar fakta bahwa persamaan 2) mempunyai - pemecahan yang non-trivial untuk p. Dalam hal ini diperlukan juga harga-harga p_i dan k keluaran tersebut adalah bilangan bilangan yang tidak negatif. Syarat ini dinyatakan sebagai $p \geqslant 0$. Umumnya jika A adalah suatu vektor atau matrik maka notasi $A \geqslant 0$, berarti bahwa tiap-tiap entri dari A adalah tak negatif dan notasi A 0 berarti bahwa tiap-tiap entri dari A adalah positif. Demikian juga jika $A \geqslant B$ menyatakan $A - B \geqslant 0$ dan $A > B$ menyatakan $A - B > 0$. Untuk memperlihatkan bahwa persamaan 2) mempunyai sebuah pemecahan yang non-trivial untuk $p \geqslant 0$ adalah sedikit lebih sukar daripada sekedar memperlihatkan bahwa terdapat suatu pemecahan yang non-trivial. Namun hal itu benar dan fakta ini menyatakan dalam teorema dan bukti-bukti berikut ini :

Teorema 2.1.1.

Jika E adalah sebuah matriks pertukaran maka $E_p = p$ selalu mempunyai sebuah pemecahan p yang non-trivial yang enri-entrinya tidak negatif.

Teorema 2.1.2.

Misalkan E adalah sebuah matriks pertukaran sedemikian rupa sehingga untuk suatu bilangan bulat m yang positif semua entri dari E^m adalah positif. Maka persis ada satu pemecahan yang bebas linier dari $(I-E)p = 0$ dan pemecahan itu dapat dipilih sedemikian rupa sehingga semua entrinya adalah positif.

Bukti :

Dari defenisi dikatakan bahwa sebuah matriks E disebut matriks pertukaran jika $E = e_{ij} \geqslant 0$, $i,j = 1,2,3,\ldots,n$. Apabila m bilangan bulat positif untuk E^m maka $E^m > 0$. Sebagai konsekwensinya maka dijamin bahwa persis ada satu pemecahan yang bebas linier dari $(I - E)p = 0$ dan pemecahan itu dapat dipilih sedemikian rupa sehingga $p > 0$.

II.2. Model Terbuka Leontief

Bertentangan dengan model tertutup dimana keluaran dari n industri hanya dididtribusikan sesama industri itu sendiri maka model terbuka berusaha untuk memenuhi permintaan-dari luar untuk keluaran tersebut. Bagian dari keluaran ini masih dapat didistribusikan sesama industri itu sendiri,untuk mempertahankan operasi industri tersebut akan tetapi akan ada kelebihan tertentu yaitu suatu priduksi netto dengan mana permintaan dari luar akan dipenuhi. Dalam model tertutup keluaran dari industri-industri sudah ditetapkan dan tujuannya adalah untuk menentukan harga untuk keluaran-keluaran ini sehingga syarat keseimbangan akan dipenuhi yaitu - bahwa pengeluaran menyamai penghasilan.

Dalam model terbuka harga-hargalah yang tetap dan tujuannya adalah untuk menentukan tingkat keluaran dari industri-industri yang diperlukan untuk memenuhi permintaan dari luar. Kemudian akan diukur tingkat keluaran dalam nilai ekonominya dengan menggunakan harga-harga yang tetap. Untuk - persisnya pada suatu periode waktu yang tetap dapat dimisalkan bahwa :

x_i = Nilai moneter dari jumlah seluruh keluaran industri ke-i

d_i = Nilai moneter dari keluaran industri ke-i yang diperlukan untuk memenuhi permintaan dari luar.

c_{ij} = Nilai moneter dari keluaran industri ke-i oleh industri ke-j untuk menghasilkan satuan-satuan nilai moneter dari keluarannya sendiri.

Dengan kuantitas-kuantitas ini, akan didefenisikan vektor - produksi yaitu :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}$$

Vektor permintaan :

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ . \\ . \\ . \\ d_n \end{bmatrix}$$

dan matriks konsumsi :

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots\cdots\cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots\cdots\cdots & c_{2n} \\ . & . & & \\ . & . & & \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots\cdots\cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Sesuai dengan sifatnya diperoleh bahwa :

$$x \geqslant 0,\ d \geqslant 0, \text{ dan } c \geqslant 0$$

dan defenisi c_{ij} dan x_j dapat dilihat bahwa kuantitas :

$$c_{i1}\, x_1 + c_{i2}\, x_2 + \ldots\ldots\ldots + c_{in} x_n$$

adalah nilai dari keluaran industri ke-i yang diperlukan o- leh semua n industri untuk menghasilkan total keluaran yang ditentukan oleh vektor produksi x. Karena kuantitas ini tak lain adalah entri ke-i dari vektor kolom c_x maka lebih jauh dapat dinyatakan bahwa entri ke-i dari vektor kolom :

$$x - Cx = d$$

$$(I - C)x = d$$

Supaya permintaan itu dipenuhi secara tepat tanpa kelebihan atau kekurangan. Jadi jika diketahui C dan d maka tujuan a- khir adalah untuk mencari produksi $x \geqslant 0$ yang memenuhi persa maan $(I - C)x = d$.

Jika matriks kuadratis I - C dapat dibalikkan maka da- pat dituliskan :

$$x = (I - C)^{-1}d$$

Jika matriks $(I - C)^{-1}$ mempunyai entri tak negatif maka da- pat dijamin bahwa setiap $d \geqslant 0$, maka persamaan $x = (I - C)d$ me miliki sebuah pemecahan yang unik untuk x. Hal ini adalah si tuasi yang khususnya yang diinginkan karena hal ini berarti- bahwa setiap permintaan yang datang dari luar akan dapat di- penuhi. Istilah yang digunakan untuk menjelaskan kasus ini - diberikan dalam defenisi berikut ini :

Defenisi 2.2.1.

Sebuah matriks konsumsi C dikatakan produkstif jika $(I - C)^{-1}$ ada dan $(I - C)^{-1} \geqslant 0$.

Untuk itu akan ditinjau beberapa kriteria sederhana yang akan menjamin bahwa sebuah matriks konsumsi adalah produktif Kriteria pertama diberikan dalam teorema berikut ini :

Teorema 2.2.1.

Sebuah matriks konsumsi C adalah produktif jika dan hanya jika ada suatu vektor produksi $x > 0$ sedemikian rupa sehingga $x > Cx$. Syarat $x > Cx$ berarti bahwa ada suatu jadwal-produksi yang mungkin sehingga setiap industri akan memproduksi lebih dari pada yang digunakan oleh industri itu.

Teorema 2.2.1. mempunyai dua akibat yang menarik. Misalkan semua jumlah baris dari C lebih kecil daripada satu jika :

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}$$

maka Cx adalah sebuah vektor kolom yang entri-entrinya adalah jumlah baris ini. Oleh karena itu $x > Cx$ dan syarat teorema 2.2.1 akan dipenuhi. Hal ini dinyatakan sebagai :

Akibat 1.

Sebuah matriks konsumsi adalah produktif jika setiap jumlah barisnya lebih kecil dari pada satu.

Akibat 2.

Sebuah matriks konsumsi adalah produktif jika setiap jumlah kolomnya lebih kecil daripada satu.

Dengan mengingat kembali defenisi mengenai entri dari matriks konsumsi C maka dapat dilihat bahwa jumlah kolom ke-j dari C adalah nilai seluruhnya dari keluaran semua n industri yang dibutuhkan untuk memproduksi satu unit nilai keluaran industri ke-j tersebut. Jadi industri ke-j itu dikatakan beruntung jika jumlah kolom ke-j lebih kecil daripada satu. Dengan kata lain akibat 2 mengatakan bahwa sebuah matriks konsumsi adalah produktif jika smua n industri dalam sistem ekonomi tersebut beruntung.

BAB III

PEMBAHASAN MASALAH

Analisa 1-0 merupakan sistem yang logis untuk menguraikan struktur perekonomian baik untuk tingkat nasional maupun tingkat daerah atau wilayah. Di dalam menggunakan tabel 1-0 untuk analisa ekonomi perlu diperhatikan asumsi mengenai teknologi produksi di mana industri merupakan sistem produksi. Tabel 1-0 merupakan dasar yang penting sekali untuk analisa 1-0. Tabel-tabel ini pada dasarnya terdiri dari catatan catatan dalam bentuk daftar mengenai transaksi ekonomi yang terjadi dalam periode dan tempat tertentu apakah negara, daerah atau wilayah tertentu. Tabel-tabel tersebut juga menunjukkan struktur pasar dan biaya untuk setiap industri dan dengan jelas melukiskan atau menggambarkan selain hubungan timbal balik antar industri juga hubungan antara setiap sektor dengan permintaan terakhir. Tabel 1-0 biasanya hanya mencakup kegiatan ekonomi selama satu tahun. Daerah yang dicakup tergantung kepada tujuan analisa, misalnya dapat meliputi seluruh negara, propinsi, pulau dan sebagainya.

III-1. Bentuk Tabel Input-Output.

Berikut ini adalah bentuk tabel 1-0 yang disebut tabel transaksi tingkat nasional dinilai dengan harga produsen dan importnya kompetitip artinya tidak membedakan dengan barang produksi domestik. Perekonomian dapat dibagi menjadi n sektor. Baris-baris dari tabel 1-0 menunjukkan struktur pasar dan setiap baris menunjukkan banyaknya output dari suatu sektor yang dijual kesektor-sektor lainnya.

Sektor-sektor lainnya termasuk sektor sendiri akan dipergunakan sebagai input. Seperti diketahui bahwa output suatu-sektor misalkan pertanian selain dipergunakan oleh sektornya sendiri misalnya untuk bibit juga dipergunakan oleh sektor lainnya. Misalnya kapas, gandum sebagai input sektor industri untuk membuat benang, tepung terigu dan sebagainya. Output sektor industri selain untuk sektornya sendiri misalnya benang dijadikan kain, tepung terigu dijadikan roti dan juga untuk sektor lainnya pupuk digunakan untuk pertanian.

Setiap output dari suatu sektor dipergunakan untuk - memenuhi 2 permintaan yaitu permintaan antara dan permintaan akhir. Permintaan antara dipergunakan dalam proses pro - duksi untuk menghasilkan output sedangkan permintaan akhir-diperlukan untuk keperluan konsumsi, pembentukan modal, ekspor dan stock.

Kolom-kolom dari tabel 1-0 menunjukkan struktur biaya atau struktur input. Ada dua macam input yaitu input dapat diperoleh dari sektor lain yaitu sebagai bahan mentah, dan input primer yang diperoleh bukan dari sektor lain yaitu sebagai nilai tambah yang terdiri dari upah dan gaji, surplus usaha, pajak tidak langsung dan sebagainya.

Untuk memprodusir output sebesar X_j diperlukan input antara U_j dan input primer V_j. Dimana rumusnya adalah sebagai berikut :

$$U_j = \sum_{j=1}^{n} X_{ij}$$

TABEL 1-0 TINGKAT NASIONAL

(HARGA PRODUSEN & INPOR KOMPETITIP)

Output → / Input ↓	PERMINTAAN ANTARA							PERMINTAAN AKHIR					SUPLAI	
	1	2	....	j	...	n	W	C	I	J	E	F	M	OUTPUT (X)
1	x_{11}	x_{12}	....	x_{1j}	....	x_{1n}	W_1	C_1	I_1	J_1	E_1	F_1	M_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	....	x_{2j}	....	x_{2n}	W_2	C_2	I_2	J_2	E_2	F_2	M_2	X_2
			II											
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}	W_i	C_i	I_i	J_i	E_i	F_i	M_i	X_i
⋮														
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nj}	...	x_{nn}	W_n	C_n	I_n	J_n	E_n	F_n	M_n	X_n
U	U_1	U_2	...	U_i	...	U_n								
V	V_1	V_2	III	V_i	...	V_n				IV				
INPUT(X)	X_1		X_1	X_2		X_j		X_n						

Tabel 1-0 dapat dibagi menjadi 4 kuadran (I,II,III, dan IV). Kuadran I menunjukkan penggunaan output untuk memenuhi permintaan akhir. Kuadran II menunjukkan arus antar industri yang berhubungan dengan transaksi bahan mentah. Kuadran III menunjukkan input primer yaitu input yang tidak diprodusir dalam sistem atau bukan berasal dari sektor lain dan lebih dikenal dengan istilah nilai tambah, sebagai contoh misalnya konpensasi pegawai negeri, anggota ABRI dan jasa-jasa untuk rumah tangga. Dalam prakteknya isian kuadran-IV digabung dengan kuadran III sehingga kuadran IV kosong.

Dari tabel 1-0 tingkat nasional dapat diperoleh hubungan sebagai berikut : Untuk baris (ke-i)

Jumlah permintaan = permintaan + permintaan akhir

$$= \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + (C_i + I_i + J_i + E_i)$$

$$= W_i + F_i$$

Jumlah suplai = Jumlah output + impor

$$= X_i + M_i$$

Karena jumlah suplai = Jumlah permintaan

$$X_i + M_i = W_i + F_i$$

Jadi $X_i = W_i + F_i - M_i$ atau $X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + F_i - M_i$

Untuk kolom (ke-j)

Jumlah inpu = input antara + input primer (nilai tambah)

$$X_j = \sum_{j=1}^{n} X_{ij} + V_i$$

Apabila dijumlahkan semuanya baik menurut baris maupun menurut kolom akan diperoleh hasil sebagai berikut :

Seluruh kolom (j = 1 s/d n)

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} + \sum_{j=1}^{n} V_j .$$

Padahal $\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{j=1}^{n} X_j$

Maka dari itu diperoleh suatu persamaan berikut :

$$\sum_{i=1}^{n} F_i - \sum_{i=1}^{n} M_i = \sum_{j=1}^{n} V_i$$

artinya jumlah permintaan akhir - jumlah impor = Jumlah nilai tambah.

$\sum_{i=1}^{n} F_i - \sum_{i=1}^{n} M_i$ = Jumlah penerimaan akhir dikurangi jumlah impor menurut defenisi sama dengan pendapatan nasional apabila dihitung dengan pendekatan pengeluaran.

V_j = Jumlah nilai tambah juga menurut defanisi sama dengan pendapatan nasional yang didistribusikan.

Perlu diperhatikan bahwa jumlah penerimaan akhir dikurangi jumlah impor akan sama dengan jumlah nilai tambah apabila dijumlahkan untuk seluruh sektor artinya persamaan ini tidak berlaku bagi setiap sektor. Akan tetapi suatu persamaan yang menyatakan bahwa jumlah imput sama dengan jumlah output dan ini berlaku bagi setiap sektor.

Apabila diperhatikan tabel 1-0 menguraikan dengan jelas arus barang-barang dan jasa-jasa antara sektor-sektor dalam perekonomian nasional (daerah/wilayah) selama suatu - priode tertentu misalkan satu tahun. Sebagai ilustrasi perhatikan perekonomian yang akan dibagi menjadi 3 sektor yaitu : 1. sektor pertanian, 2. sektor industri, dan 3. sektor rumah tangga. Struktur perekonomian dinyatakan dalam tabel 1-0 sebagai berikut :

TABEL 1-0 : 1

(dalam satuan masing-masing)

Input ↓ \ output →	1	2	3	Jumlah output
1	25	20	55	100
2	14	6	30	50
3	80	180	40	300

Dari tabel 1-0 : 1 menurut baris dapat dilihat, output sektor i sebanyak 100 satuan (misalnya 100 ton gandum), sektor 2 sebanyak 50 satuan (misalnya 50 juta yards kain), dan sektor 3 sebanyak 300 satuan (misalnya 300 ribu tenagakerja tahunan).

Dari tabel dapat dilihat arus antar sektor, output - pertanian sebanyak 100 satuan dan dipergunakan oleh sektor pertanian sendiri sebanyak 25 satuan (sebagai bibit), dipergunakan sektor industri sebanyak 20 satuan (sebagai bahan -

mentah untuk proses produksi), dipergunakan oleh rumah tangga sebanyak 55 satuan (untuk konsumsi). Dalam tabel 1-0 satuan yang dipergunakan satuan mata uang. Dengan uraian yang sama dapat dibaca untuk sektor 2 dan 3 yaitu sektor industri dan rumah tangga.

Dari tabel 1-0 : 1 menurut kolom dapat dilihat struktur input dari masing-masing sektor. Untuk menghasilkan output sebanyak 100 satuan. sektor pertanian memerlukan input sebanyak 25,14 dan 80 satuan masing-masing dari sektor pertanian sendiri, dari sektor industri dan dari sektor rumah-tangga (berupa tenaga kerja). Sektor industri yang menghasilkan output sebanyak 50 satuan memerlukan input sebanyak 20,6 dan 180 satuan dan masing-masing dari sektor pertanian, industri dan rumah tangga. Sektor rumah tangga dapat menyediakan tenaga kerja sebanyak 300 satuan akan menerima pendapatan, menggunakan output dari sektor pertanian dan industri sebanyak masing-masing 55 satuan dan 30 satuan untuk memenuhi kebutuhan konsumsi dan 40 satuan dari sektor rumah tangga berupa pelayanan langsung.

Berikut ini adalah contoh konkrit mengenai tabel 1-0 Indonesia tahun 1975 yang diringkas menjadi 6 sektor dimana

sektor 1 : mencakup pertanian, peternakan, kehutanan dan perikanan.

Sektor 2 : mencakup pertambangan dan penggalian

Sektor 3 : mencakup industri listrik, gas dan air minum

Sektor 4.: mencakup bangunan

Sektor 5 : mencakup sektor perdagangan, rumah makan, hotel, dan pengangkutan.

Sektor 6 : mencakup lembaga keuangan, perbankan jasa perusahaan, pemerintah umum dan jasa-jasa serta termasuk juga kegiatan lainnya yang tidak jelas batasannya

190 : Jumlah input antara dan jumlah permintaan antara

209 : Nilai tambahan bruto

210 : Jumlah seluruh input

309 : Jumlah permintaan akhir

600 : Jumlah output domestik, merupakan jumlah suplai tidak termasuk impor

TABEL I-O Indonesia 1975

(Harga produsen dalam milyar rupiah)

I↓ O→	1	2	3	4	5	6	190	309	600
1	1086	0	1354	112	136	14	2707	2784	5490
2	2	6	254	80	0	0	342	2317	2659
3	186	68	1312	655	533	123	2877	2176	5053
4	27	4	22	4	31	70	158	1828	1987
5	145	15	423	373	255	59	1270	2690	3960
6	44	21	77	35	196	95	468	1900	2368
190	1490	114	3442	1264	1151	361	7822	13694	21517
209	4000	2545	1611	722	2809	2007	13694		
210	5490	2659	5053	1986	2659	2368	21516		

Walaupun dalam prinsipnya arus intersektoral seperti dinyatakan dalam tabel 1-0 dapat dinyatakan dalam **ukuran** fisik, namun dalam prakteknya tabel 1-0 selalu dinyatakan dalam mata uang. Apabila dinyatakan dalam satuan mata uang misalnya dari tabel 1-0 : 1 maka harga persatuan produk untuk sektor pertanian, bukan pertanian dan rumah tangga masing - masing harga 2,5 dan 1 satuan mata uang maka akan diperoleh tabel 1-0 : 2, sebagai berikut :

TABEL 1-0 : 2

(dalam satuan mata uang)

Output / Input	1	2	3	Jumlah Output
1	50	40	110	200
2	70	30	150	250
3	80	180	40	300
Jumlah input	200	250	300	750

Apabila tidak dinyatakan dalam mata uang maka input setiap kolom tidak dapat dijumlahkan. Tabel 1-0 yang dinyatakan - dalam mata uang dapat diartikan sebagai suatu sistem neraca nasional. Perhatikan misalnya jumlah kolom 3 merupakan jumlah pengeluaran rumah tangga sedangkan jumlah baris 3 merupakan jumlah pendapatan yaitu sebesar 300 satuan.

III.2. **Koefisien Input.**

Misalkan suatu perekonomian nasional dibagi menjadi (n + 1) sektor yaitu terdiri dari n industri yang mempro - duksi output dan sektor ke (n + 1) yang merupakan sektor - permintaan akhir.

Sesuai dengan tabel 1-0 tingkat nasional maka :

X_i = Output sektor i, i = 1,2,3,....,n

X_{ij} = Output sektor i dipergunakan sebagai input oleh sektor j untuk memproduksi output sebesar X_j.

F_i = Output i untuk memenuhi permintaan

a_{ij} = Banyaknya output sektor i untuk memproduksi satu-satuan output sektor j.

x_{ij} input sektor i menghasilkan X_j satuan output sektor j

a_{ij} input sektor i menghasilkan satu-satuan output - sektor j.

Jadi :

$$\boxed{a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}} \longrightarrow \boxed{x_{ij} = a_{ij}\, X_j}$$

Dari tabel 1-0 : 1, diperoleh hasil sebagai berikut :

$$a_{11} = \frac{x_{11}}{X_1} = \frac{25}{100} = 0{,}25;\; a_{12} = \frac{x_{12}}{X_2} = \frac{20}{50} = 0{,}40 \text{ dsb}$$

TABEL 1-0 : 3

(Koefisien Input)

Output / Input	1	2	3
1	0,25	0,40	0,183
2	0,14	0,12	0,100
3	0,80	3,60	0,133

III.3. Penggunaan Tabel 1-0 Untuk Membuat Ramalan Output

Dari tabel 1-0 Tingkat Nasional, setelah seluruh komponen permintaan akhir dijumlahkan maka dapat diperoleh tabel berikut ini :

TABEL 1-0 : 4

0 / 1	1	2	...	J	...	n	F	X
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{ij}	...	x_{in}	F_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}	F_2	X_2
:	:	:						
3	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}	F_i	X_i
:	:	:						
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nj}	...	x_{nn}	F_n	X_n

Oleh karena $x_{ij} = a_{ij}X_j$, maka tabel 1-O : 4 menjadi tabel 1-O : 5 sebagai berikut :

TABEL 1-O : 5

I \ O	1	2	...	j	... n	F	X
1	$a_{11}X_1$	$a_{12}X_2$	...	$a_{ij}X_j$	$a_{in}X_n$	F_1	X_1
2	$a_{21}X_1$	$a_{22}X_2$	...	$a_{2j}X_j$	$a_{2n}X_n$	F_2	X_2
⋮	⋮						
i	$a_{i1}X_1$	$a_{i2}X_2$	...	$a_{ij}X_j$	...$a_{in}X_n$	F_i	X_i
⋮							
n	$a_{n1}X_1$	$a_{n2}X_2$	...	$a_{nj}X_j$	...$a_{nn}X_n$	F_n	X_n

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{ij}X_j + \dots + a_{in}X_n + F_1 = X_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2j}X_j + \dots + a_{2n}X_n + F_2 = X_2$$

$$\vdots$$

$$a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{ij}X_j + \dots + a_{in}X_n + F_i = X_i$$

$$a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nj}X_j + \dots + a_{nn}X_n + F_n = X_n$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \\ F_i \\ \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \\ X_i \\ \\ X_n \end{bmatrix}$$

Dinyatakan dalam persamaan matriks :

$AX + F = X \longrightarrow F = (X - AX) = (I-A)X$

$(I-A)X = F \longrightarrow X = (I-A)^{-1}F_o$

Apabila F diketahui = F_o maka ramalan X menjadi :

$$X_o = (I-A)^{-1}F_o$$

Misalkan $B = (I-A)^{-1}$

$$X = (I-A)^{-1}F = BF$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{ij} & & b_{in} \\ \vdots & & & & & \\ b_{n1} & b_{n2} & & b_{nj} & & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \\ F_i \\ \\ F_n \end{bmatrix}$$

$X_j = b_{i1} F_1 + b_{i2} F_2 + \ldots + b_{ij} F_j + \ldots + b_{1n} F_n$, persamaan ini mempunyai arti jika permintaan akhir dari setiap sektor naik satu satuan, maka $F_1, F_2, \ldots, F_j, \ldots, F_n$ akan mengakibatkan kenaikan output sektor j masing-masing sebesar b_{i1}, b_{i2}, ..., b_{ij},...., b_{in}. Jadi b_{ij} besarnya pengaruh dari - permintaan akhir sektor j yang naik sebesar satu-satuan terhadap output sektor j.

Dari tabel (1-0) : 3 untuk n = 2 maka diperoleh :

$a_{11} = 0{,}25$, $a_{12} = 0{,}40$, $a_{21} = 0{,}41$, $a_{22} = 0{,}12$

sehingga didapatkan :

$$(I-A)=\begin{bmatrix} 1-0,25 & -0,40 \\ -0,14 & (1-0,12) \end{bmatrix} \longrightarrow B=(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix} 1,457 & 0,6623 \\ 0,2318 & 1,2417 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,457 & 0,6623 \\ 0,2318 & 1,2417 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = 1,457\ F_1 + 0,6623\ F_2$$

$$X_2 = 0,2318F_1 + 1,2417\ F_2$$

Kenaikan sebesar satu satuan dari F_1 menyebabkan kenaikan X_1 sebesar 1,457 kali sedangkan kenaikan satu satuan dari F_2 menyebabkan kenaikan X_1 sebesar 0,6623 kali. Misalkan $F_1 = 10$, $F_2 = 20$ maka ramalan $X_1 = (1,457)(10) + (0,6623)(20) = 14,57 + 13,246 = 27,816$ dan ramalan $X_2 = (0,2318)(10) + (1,2417).(20) = 2.318 + 24,834 = 27,152$.

III.4. Ramalan Tentang Harga

Harga-harga dalam suatu sistem input-output yang terbuka ditentukan dari suatu himpunan persamaan-persamaan yang menyatakan bahwa harga yang diterima oleh setiap sektor ekonomi yang produktif, persatuan output yang dihasilkan harus sama dengan jumlah pengeluaran yang diperlukan untuk membuat output tersebut. Pengeluaran ini tidak hanya mencakup pembayaran bagi input yang berasal baik dari sektornya sendiri maupun dari sektor lainnya, akan tetapi yang termasuk nilai-tambahnya(valu added). Mengapa disebut nilai tambah karena-nilai ini memang ditambahkan agar supaya input(bahan mentah) yang diperoleh dari sektornya sendiri dan sektor lainnya dapat dijadikan output. Komponen nilai tambah antara lain upah dan gaji, sewa, bunga, pajak tak langsung. Misalnya dalam pembuatan benang (output), selain memerlukan bahan mentah(kapas) juga perlu tenaga kerja dan perlu tanah untuk mendirikan pabrik dan perlu uang yang harus dipinjam dari bank dan lainnya. Jika,

V_j = Nilai tambah (value added) perunit output sektor J maka $V_j = V_j / X_j$

P_i = Harga rata-tata persatuan output sektor i

$P_i a_{ij}$ = Jumlah biaya yang dibayarkan sektor j untuk membeli input (bahan mentah) sebanyak a_{ij} satuan dari sektor i.

MATRIKS KOEFISIEN
INPUT

O / I	1	2	...	J	...	n
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
⋮	⋮	⋮				
i	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}
⋮						
n	a_{n2}	a_{n2}	...	a_{nj}	...	a_{nn}
	V_1	V_2		V_j		V_n

Dari matriks koefisien input dapat diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$p_1a_{11} + p_2a_{21} + \dots + p_ia_{i1} + \dots + p_na_{n1} + v_i = P_1$$

$$p_1a_{12} + p_2a_{22} + \dots + p_ia_{i2} + \dots + p_na_{n2} + v_2 = P_2$$

$$\vdots$$

$$p_1a_{1j} + p_2a_{2j} + \dots + p_ia_{ij} + \dots + p_na_{nj} + v_j = P_j$$

$$\vdots$$

$$p_1a_{1n} + p_2a_{2n} + \dots + p_ia_{in} + \dots + p_na_{nn} + v_n = P_n$$

atau

$$p_ia_{ij} + v_j = P_j \longrightarrow \text{biaya persatuan output } j$$

dimana :

p_ia_{ij} = Jumlah biaya yang dikeluarkan sektor j untuk membeli bahan mentah(input antara) untuk memproduksi satu satuan output sektor j

v_j = Nilai tambah yang dikeluarkan sektor j(input primer) untuk memproduksi satu satuan output sektor j.

P_j = Harga persatuan output sektor j

Dari persamaan di atas dapat dinyatakan dalam persamaan matriks seperti yang dituliskan dibawah ini :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$$

$$A' \qquad\qquad P \qquad\qquad V \qquad P$$

A' = transpose A

$A'P + V = P \longrightarrow V = P - A'P$

$(P - A''P = V \longrightarrow (I - A)P = V$

$P = (I - A')^{-1}\ V_o$

Misalkan : $C = (\ I - A')^{-1}$

$P = (I - A')V = CV$

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2j} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & & & \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & & & & \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nj} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

$$P_j = c_{i1}v_1 + c_{i2}v_2 + \ldots + c_{ij}v_j + \ldots + c_{in}v_n$$

Persamaan ini mempunyai arti kalau harga rata-rata setiap - sektor naik satu satuan maka $v_1, v_2, \ldots, v_j, \ldots, v_n$; akan mengakibatkan kenaikan rata-rata harga output sektor j masing-masing $c_{i1}, c_{i2}, \ldots c_{ij} \ldots, c_{in}$. Jadi c_{ij} merupakan besarnya pengaruh dari kenaikan nilai tambah sektor j-sebesar satua-satuan terhadap rata-rata output sektor j. Ingat bahwa inverse dari suatu transpose matriks A merupakan transpose dari inverse yaitu :

$$(A')^{-1} = (A^{-1})'$$

Berdasarkan teori ini dan dengan menggunakan data dari tabel (1-0) : 3 maka :

$$P_1 = 1,457\ v_1 + 0,2318\ v_2$$

$$P_2 = 0,6623v_1 + 1,2417\ v_2$$

Apabila persamaan ini dibandingkan dengan persamaan sebelumnya yang dipergunakan untuk meramalkan output X_1 dan X_2 kalau F_1 dan F_2 diketahui. Ternyata koefisien-koefisiennya merupakan transpose dari koefisien-koefisien persamaan tersebut. Apabila diketahui bahwa $v_1 = 5$ dan $v_2 = 3$ maka ramalan harga p_1 dan p_2 adalah sebagai berikut :

$$p_1 = 1,457(5) + 0,2318(3) = 7,285 + 0,6954 = 7,9804$$

$$p_2 = 0,6623(5) + 1,2417(3) = 3.3115 + 3,7251 = 7,0366$$

Persoalan 1-O dalam bentuk linier proggramming untuk menca ri harga-harga X_1, X_2, ...,X_j . . . . . , X_n

S.r.s : $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_i + \ldots + X_n$ maksimum

d.p : $x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{ij} + \ldots + x_{in} + F_i \quad X_i$

dimana : $x_{ij} \geqslant 0$, $F_i \geqslant 0$ dan $X_i \geqslant 0$

Sedangkan :

x_{ij} = Output sektor i dipakai sektor j sebagai input

F_i = Permintaan akhir sektor i

X_i = Output sektor i

X_i akan dialokasikan kesektor-sektor untuk memenuhi permin taan antara ($\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$) dan permintaan akhir F_i. Jumlah permintaan antara dan akhir tak akan melebihi output yang ter sedia yaitu :

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} + F_i \leq X_i$$

a_{ij} = output sektor i untuk memprodusir satu satuan output sektor j, dimana besarnya a_{ij} dapat dicari dengan ru mus :

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j} \longrightarrow x_{ij} = a_{ij}X_j$$

$$x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{ij} + \ldots + x_{in} + F_i \quad X_i$$

$$a_{i1}X_i + a_{22} + \ldots + a_{ij}X_j + \ldots + a_{in}X_n + F_i \quad X_1$$

Dari seluruh pembatasan diperoleh ketidaksamaan berikut :

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1j}X_j + \dots + a_{1n}X_n + F_1 \leq X_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2j}X_j + \dots + a_{2n}X_n + F_2 \leq X_2$$

$$\vdots$$

$$a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{ij}X_j + \dots + a_{in}X_n + F_i \leq X_i$$

$$\vdots$$

$$a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nj}X_j + \dots + a_{nn}X_n + F_n \leq X_n$$

Berubah menjadi :

$$(1 - a_{11})\, X_1 - a_{12}X_2 - \dots\dots - a_{ij}X_j - \dots - a_{in}X_n \geq F_1$$

$$(1 - a_{21})\, X_1 - a_{22}X_2 - \dots\dots - a_{2j}X_j - \dots - a_{2n}X_j \geq F_2$$

$$(1 - a_{n1})\, X_1 - a_{n2}X_2 - \dots\dots - a_{nj}X_j - \dots + (1-a_{nn})X_n \geq F_n$$

Setelah dirumuskan menjadi persoalan linier proggramming , maka yeknik pemecahan persoalam lier proggramming sudah dapat diterapkan.

III.5. Contoh Kasus Hipotesis

Bagian berikut ini akan memberi contoh hipotesis dari penggunaan analisis input-output model terbuka. Untuk itu beberapa asumsi berikut ini perlu ditentukan terlebih dahulu. Di dalam perekonomian hanya terdapat dua sektor produksi yaitu sektor satu dan sektor dua, dua komponen permin taan akhir, yaitu konsumsi rumah tangga(C) dan investasi - swasta(I) dan dua jasa input primer yaitu upah atau gaji tenaga kerja(L) dan sewa kapital(N). Tabel input-output perekonomian tersebut ditunjukkan oleh tabel di bawah ini

TABEL 1-O : 6

Tabel Transaksi 1-O Perekonomian hipotesis tahun t

	Sektor Produksi		Permintaan Akhir		Total Output
	1	2	C	I	X
Sektor 1	100	400	300	200	1000
Produksi 2	300	600	500	600	2000
Nilai L	200	700	300	100	1300
Tambah N	400	300	200	800	1700
Total	1000	2000	1300	1700	6000

Dari tabel 1-O : 6 dapat diketahui bahwa produk nasional - prokonomian tersebut ditahun t adalah sebesar 3000. Misalkan bahwa di tahun t+1 perubahan permintaan akhir hanya pada investasi swasta saja menjadi 400 untuk sektor 1 dan 900 untuk sektor 2. Pertanyaannya, berapa total output sektor 1 dan total output sektor 2 yang dibutuhkan perekonomian tersebut untuk memenuhi kenaikan permintaan akhir sebesar itu.

Untuk menjawab persoalan di atas perlu dibuat terlebih dahulu matriks koefisien teknologinya yaitu :

$$A = Z(X)^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 100 & 400 \\ 300 & 600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/1000 & 0 \\ 0 & 1/2000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 \end{bmatrix}$$

Matriks X adalah matriks diagonal yang merupakan transformasi vektor X dengan elemen-elemen vektor tersebut pada diagonalnya dan nol di lain-lain elemennya.

Dengan demikian maka :

$$(I-A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9 & -0,2 \\ -0,3 & 0,7 \end{bmatrix}$$

$$(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,228 & 0,351 \\ 0,526 & 1,579 \end{bmatrix}$$

Di tahun t matriks permintaan akhir berbentuk :

$$Y_1 = \begin{bmatrix} C_1 + I_1 \\ C_2 + I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 \\ 1100 \end{bmatrix}$$

Sedangkan ditahun t+i, matriks permintaan akhirnya berbentuk :

$$Y_{i+1} = \begin{bmatrix} 700 \\ 1400 \end{bmatrix}$$

Oleh karena itu output sektor 1 dan output sektor 2 di tahun t + i adalah :

$$X_{t+1} = (I - A)^{-1} Y_{t+1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,228 & 0.351 \\ 0,526 & 1,579 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 700 \\ 1400 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1350,877 \\ 2578,947 \end{bmatrix}$$

Berarti bahwa dengan peningkatan permintaan akhir sebesar - 200 disektor 1 dan sebesar 400 disektor 2, total output diproduksi meningkat sebesar 350,877 dan 578,947 di sektor 1 dan sektor 2 secara berturut-turut sehingga peningkatan pendapatan nasional yang terjadi lebih besar daripada permin - taan akhirnya.

BAB IV

KESIMPULAN

Aljabar matriks yang merupakan bagian dari aljabar linier adalah merupakan alat yang dapat juga digunakan dalam menganalisis masalah ekonomi. Dengan model ekonomi leontief kita dapat menentukan pendapatan dan pengeluaran dengan terlebih dahulu mengubah bentuk tabel kedalam bentuk matriks kemudian akan dapat ditentukan produksi yang tepat untuk jenis suatu barang sesuai dengan permintaan dari sektor yang membutuhkannya dan juga kita dapat menentukan pendapatan dan pengeluaran yang sesuai serta meramalkannya agar syarat keseimbangan dapat dipenuhi yaitu besarnya pengeluaran akan sama dengan besarnya penghasilan.

DAFTAR PUSTAKA

1. Bernard & Kohlman, " Introduction Linier Algebra With Applications ". Macmillan publishing co,inc, New York, 1996

2. Hadley, G. " Linier Algebra ". Addison-Wesley Publishing Chichago, 1982.

3. Suahasil Nazara, " Analisis Input Output ". Lembaga penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia,1997.

4. Supranto J, MA, " Linier Proggramming ". Lembaga penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 1983